

RENÉ THOM

Institut des Hautes Études Scientifiques, Bures-sur-Yvette, France

STABILITÉ STRUCTURELLE ET MORPHOGÉNÈSE

**Essai d'une théorie générale
des modèles**



1972

W. A. BENJAMIN, INC.
Advanced Book Program
Reading, Massachusetts

TABLE DES MATIÈRES

PREFACE	5
AVERTISSEMENT	9
CHAPITRE 1. INTRODUCTION	17
1.1. <i>Le programme</i>	17
A. La succession des formes	17
B. La science et l'indéterminisme des phénomènes	17
1.2. <i>Théorie des modèles</i>	18
A. Modèles formels	18
B. Modèles continus	19
1.3. <i>Une digression historico-philosophique</i>	20
A. Qualitatif et quantitatif	20
B. Les méfaits de l'histoire	21
C. Extension de notre matériel intuitif	22
1.4. <i>Construction d'un modèle</i>	23
A. Ensemble de catastrophe	23
B. L'indépendance du substrat.	24
C. Formes biologiques et formes inanimées	25
D. Conclusion	26
<i>Appendice : Sur la notion d'objet</i>	26
CHAPITRE 2. FORMES ET STABILITÉ STRUCTURELLE	29
2.1. <i>Étude des formes</i>	29
A. La forme au sens usuel	29
B. L'espace des formes	30
C. La stabilité structurelle.	31
D. Les formes informes	31
E. Les formes géométriques	32
2.2. <i>Stabilité structurelle et observation scientifique</i>	32
A. Les conditions de l'expérience scientifique	32
B. L'objection quantique	33
C. Processus isomorphes	34
D. Nature des fonctions empiriques	35
E. Points réguliers d'un processus	36
2.3. <i>La stabilité structurelle et les modèles</i>	37

CHAPITRE 3. LA STABILITÉ STRUCTURELLE EN MATHÉMATIQUE	39
3.1. <i>Le problème général.</i>	39
A. Les familles continues et la bifurcation	39
B. Géométrie algébrique	39
Commentaire technique	40
C. Géométrie « analytique »	41
D. Topologie différentielle	41
Commentaire technique	42
E. Équations différentielles	43
Commentaire technique	45
F. Analyse fonctionnelle et équations aux dérivées partielles .	46
3.2. <i>Algèbre et morphogénèse</i>	48
A. La bifurcation	48
B. Déploiement universel d'une singularité de codimension finie	49
C. Exemple $y = x^3$	51
D. Théorie générale du déploiement universel	51
Remarque	52
CHAPITRE 4. CINÉMATIQUE DES FORMES. CATASTROPHES	55
4.1. <i>Processus spatiaux</i>	55
A. Morphologie d'un processus	55
B. Attracteurs	56
C. Répartition en bassins	57
4.2. <i>Modèles mathématiques pour les processus réguliers</i>	57
A. Modèle statique	57
B. Modèle métabolique	58
C. Évolution des champs	58
D. Équivalence des modèles	58
E. Processus isomorphes	59
4.3. <i>Catastrophes</i>	60
A. Points catastrophiques ordinaires	60
B. Points catastrophiques essentiels	60
4.4. <i>Champs morphogénétiques associées à des catastrophes locales</i> .	61
A. Modèles statiques	61
B. Singularités stables des fronts d'onde	62
C. Modèles métaboliques	63
4.5. <i>Classification préliminaire des catastrophes</i>	64
A. Domaine d'existence et bassin	64
B. Catastrophes de conflit et catastrophes de bifurcation . . .	64
4.6. <i>Couplage thermodynamique</i>	65
A. Entropie microcanonique	65
B. Interaction de deux systèmes	66

C. Approche de l'état d'équilibre	67
D. Dynamiques polarisées	68
E. Pseudo-groupe d'équivalences locales d'un champ	69
4.7. <i>Champs réduits</i>	69
A. Définition d'un champ réduit	69
B. Self-interaction d'un champ. Évolution du champ réduit	70
CHAPITRE 5. LES CATASTROPHES ÉLÉMENTAIRES SUR L'ESPACE \mathbb{R}^4 ASSOCIÉES À DES CONFLITS DE RÉGIME	72
5.1. <i>Champs de dynamiques de gradients et modèle statique associé</i>	72
A. La compétition entre régimes locaux	72
B. La convention de Maxwell	73
5.2. <i>Étude algébrique des singularités ponctuelles d'un potentiel</i>	73
A. L'ensemble de catastrophe	73
B. Les strates de bifurcation	74
C. Étude des points singuliers isolés. Corang	75
D. La singularité résiduelle	76
5.3. <i>Catastrophes de corang un</i>	77
A. Strates de codimension zéro	77
B. Strates de codimension un	77
C. Strates de codimension deux	78
D. Strates de codimension trois	80
E. Strates de codimension quatre	84
5.4. <i>Catastrophes de corang deux</i>	89
A. Ombilics	89
B. Classification des ombilics	89
C. Morphologie des ombilics	90
D. L'ombilic parabolique : le Champignon	96
5.5. <i>Morphologie du déferlement</i>	101
5.6. <i>Attracteurs d'un champ métabolique</i>	105
CHAPITRE 6. MORPHOLOGIE GÉNÉRALE	108
6.1. <i>Les grands types de formes et leurs changements</i>	108
A. Formes statiques et formes métaboliques	108
B. Compétition des attracteurs d'une dynamique hamiltonienne	109
C. Apparition d'une nouvelle phase. Catastrophes généralisées	110
D. Superposition de catastrophes	112
E. Modèles pour une catastrophe généralisée. Changements de phase	113
F. Formalisation d'une catastrophe généralisée	113
6.2. <i>Géométrie d'un couplage</i>	116
A. Champs moyens	116

B. Champs moyens associés à un couplage	119
C. Champs moyens, la notion d'échelle et les catastrophes	120
6.3. <i>Modèles sémantiques</i>	121
A. Définition d'une chréode	121
B. Sous-chréode d'une chréode	122
C. Atlas de filiation des chréodes	123
D. Exemples de modèles sémantiques	123
E. Analyse d'un modèle sémantique	124
F. Analyse dynamique des chréodes du modèle statique	125
<i>Appendice</i>	126
CHAPITRE 7. DYNAMIQUE DES FORMES	130
7.1. <i>Les modèles mécaniques</i>	130
A. Limitations des modèles classique et quantique	130
B. Le déterminisme	130
7.2. <i>Information et complexité topologique</i>	132
A. Usage actuel de la notion d'information	132
B. Caractère relatif de la complexité	133
C. Complexité topologique d'une forme	133
D. Choix de la forme de base	134
E. Complexité dans un espace produit	135
7.3. <i>Information, signification et stabilité structurelle</i>	136
A. Interaction libre	136
B. Entropie d'une forme	139
C. La compétition des résonances	140
7.4. <i>Énergie et complexité spatiale</i>	141
A. Le spectre	141
B. La théorie de Sturm Liouville à plusieurs dimensions	142
C. Vieillesse et approche de l'état d'équilibre	143
7.5. <i>Dynamiques formelles</i>	144
A. Origine des dynamiques formelles	145
B. Mémoire et facilitation	147
C. Canalisation des équilibres	148
D. Stabilisation des seuils	149
E. Stabilisation des seuils et théorie des jeux	149
F. Codage	150
7.6. <i>Forme et information</i>	151
<i>Appendice 1 : L'invariance de l'énergie et le premier principe</i>	152
<i>Appendice 2 : Complexité topologique d'une dynamique</i>	153
<i>Appendice 3 : Complexité infinie des formes géométriques</i>	154
CHAPITRE 8. BIOLOGIE ET TOPOLOGIE	158
8.1. <i>Aspect topologique de la morphogénèse biologique</i>	158

8.2. <i>La forme en biologie. Notion de phénotype</i>	159
A. La forme spatiale	159
B. La forme globale	161
8.3. <i>Biologie moléculaire et morphogénèse</i>	161
A. Insuffisance de la biochimie	161
B. Morphologie et biochimie	163
8.4. <i>L'information en biologie</i>	164
<i>Appendice : Vitalisme et réductionnisme</i>	166
CHAPITRE 9. MODÈLES LOCAUX EN EMBRYOLOGIE	168
9.1. <i>Diversité des mécanismes locaux de la morphogénèse en biologie</i>	168
9.2. <i>Présentation du modèle</i>	169
9.3. <i>Discussion des théories historiques</i>	174
A. Schéma mosaïque	174
B. Théorie des gradients	175
9.4. <i>Modèles en épigénèse primitive</i>	176
A. Gastrulation chez les amphibiens	176
9.5. <i>Modèles pour la ligne primitive</i>	180
A. Topologie comparée de la Gastrulation chez les vertébrés	185
9.6. <i>Modèles en épigénèse moyenne</i>	188
A. Induction croisée par résonance : schéma glandulaire	188
B. La morphogénèse du membre	189
9.7. <i>Modèles en épigénèse tardive</i>	194
A. Quelques chréodes archétypes	194
<i>Appendice : Neurulation et formation de l'axe vertébral</i>	201
CHAPITRE 10. MODÈLES GLOBAUX POUR UN ÊTRE VIVANT (MÉTAZOAIRE)	207
10.1. <i>Le modèle statique</i>	207
A. Préambule	207
B. Le modèle statique global	208
C. Régénération chez les Planaires	210
D. Digression : Préformation et épigénèse	212
10.2. <i>Le modèle métabolique</i>	214
A. Limites du modèle statique	214
B. Le polyèdre épigénétique	215
C. La figure de régulation	216
D. Le modèle global : description préliminaire	218
E. Singularités auto-reproductrices	219
F. Le modèle mixte	222
10.3. <i>Le modèle hydraulique</i>	224
A. Description	224
B. Rapport entre le modèle hydraulique et le modèle métabolique	224
C. Dynamique de la gamétogénèse	225
D. La reproduction dans le modèle hydraulique	226

E. Interprétation du gradient animal-végétatif	228
F. Interprétation des variables internes	229
10.4. <i>Analyse formelle de l'organogénèse</i>	229
A. Origine de l'organogénèse	229
B. Localisation des fonctions	230
C. Formalisme de la reproduction : le matériel génétique	234
D. Effets formels de la localisation	235
E. Les organes de l'embryon	237
10.5. <i>Schéma théorique d'une catastrophe de différenciation</i>	238
10.6. <i>Exemples d'organogénèse</i>	244
A. Respiration et circulation sanguines	244
B. L'organogénèse du système nerveux	249
<i>Appendices 1 : Morphologie Végétale</i>	254
<i>Appendices 2 : Applications du modèle: la maladie et la mort</i>	257
CHAPITRE 11. MODÈLES EN ULTRASTRUCTURE	261
11.1. <i>La division d'une cellule</i>	261
A. La taille optimum	261
B. Le flux d'énergie	262
C. Duplication du chromosome	263
D. Le crossing-over moléculaire	265
11.2. <i>La mitose</i>	267
A. Coordonnées internes	267
B. Variables spatiales	269
11.3. <i>La méiose</i>	271
11.4. <i>Les champs morphogénétiques du cytoplasme</i>	274
11.5. <i>Théorie des structures cytoplasmiques</i>	276
A. La notion d'enzyme	276
B. Structure d'une onde de choc. Régimes transitionnels	276
C. Règle des trois états	277
D. Le noyau en tant que chémostat	279
11.6. <i>Aspects formels de la duplication spatiale</i>	280
CHAPITRE 12. LES GRANDS PROBLÈMES DE LA BIOLOGIE	284
12.1. <i>La finalité en biologie</i>	284
A. Finalité et optimalité	284
B. Hasard et mutations	286
12.2. <i>L'irréversibilité de la différenciation</i>	287
A. Les grands types de différenciation	287
B. La sexualité	288
C. L'irréversibilité et la mort	290
12.3. <i>L'origine de la vie</i>	290
A. La synthèse de la vie	290

B. La bouillie à trois régimes	291
C. La loi de récapitulation	294
12.4. <i>L'évolution</i>	294
A. Formes propres de duplication	294
B. Mécanisme de l'attraction des formes	296
C. Les stimuli inhabituels	297
D. Bactéries et métazoaires	298
<i>Appendices 1 : Finalité et chréodes archétypes</i>	299
<i>Appendices 2 : Le modèle universel</i>	300
CHAPITRE 13. DES CATASTROPHES AUX ARCHÉTYPES : PENSÉE ET LANGAGE	302
13.1. <i>Chréodes archétypales et champs élémentaires</i>	302
13.2. <i>L'Homo Faber</i>	303
A. Organes et outils	308
B. Fabrication d'un outil comme chréode	304
13.3. <i>La conscience</i>	306
A. Les origines	306
B. Modèles pour l'activité nerveuse	307
C. La liberté humaine	309
13.4. <i>Le langage</i>	309
A. Le langage comme modèle sémantique	309
B. La barrière de couplage et la signification	311
C. Les catégories grammaticales	312
D. Les signifiants abusifs	314
13.5. <i>Trois grands types d'activité humaine</i>	316
A. L'art	316
B. Le délire	312
C. Le jeu	317
13.6. <i>La structure des sociétés</i>	318
13.7. <i>Conclusion</i>	321
A. Résumé des thèses	321
B. Le contrôle expérimental	322
C. Le plan philosophique	324
D. Épilogue	324
<i>Appendice 1 : Modèle pour la mémoire</i>	327
<i>Appendice 2 : Une interprétation topologique des fonctions gram- maticales</i>	329
<i>Appendice 3 : Typologie d'une langue</i>	344
RÉSUMÉ MATHÉMATIQUE.	349
INDEX	358